МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

РП СФОРМИРОВАНА, СОГЛАСОВАНА И УТВЕРЖДЕНА В ЭИОС

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФГО

УТВЕРЖДАЮ /А.В. Артамонова/
(Ф.И.О. декана (директора института))

11.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б.1.1.4.2 Алгебра

(код и наименование дисциплины по учебному плану)

Направление подготовки (специальность): 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Квалификация выпускника: Бакалавр
(бакалавр/магистр/специалист)

Направленность: Математика и экономика

Курс: 1, 2

Семестр: 1, 2, 3, 4

Распределение учебного времени

Трудоемкость по учебному плану	396 / 11	часов/зачетных единиц
Лекции	70	часов
Лабораторные работы	-	часов
Практические занятия	70	часов
Иная контактная работа	-	часов
Всего контактной работы (без учета экз.)	140	часов
Контактная работа по экзамену	6	часов
Курсовой проект (работа)	4	семестр
Самостоятельная работа обучающихся (без учета экз.)	184	часов
Самостоятельная работа по подготовке к экзамену	30	часов
Экзамен	3, 4	семестр
Зачет	-	семестр
БРК, ДЗ	1, 2	семестр

2024
(год)

Оборотная сторона титульного листа

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО направления подготовки (специальности) 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Программу составили:

старший преподаватель	ВМ	СОГЛАСОВАНО	С.С. Мустафина
(должность)	(кафедра)		(И.О. Фамилия)

РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании кафедры, за которой закреплена дисциплина
Кафедра высшей математики

(наименование кафедры)

24.01.2024 протокол № 5

(дата)

Заведующий кафедрой СОГЛАСОВАНО В.А. Иванов

(И.О. Фамилия)

Рабочая программа СОГЛАСОВАНА с факультетом (институтом), выпускающей(ими) кафедрой(ами).
СООТВЕТСТВУЕТ действующей ОП.

Заведующий кафедрой СОГЛАСОВАНО А.Г. Фурин

(И.О. Фамилия)

Председатель методической комиссии факультета (института), в который входит выпускающая кафедра

СОГЛАСОВАНО А.В. Артамонова

(И.О. Фамилия)

Эксперт(ы): Николаев Евгений Петрович, Директор МБОУ "Средняя общеобразовательная школа № 31 г. Йошкар-Олы"
Рабочая программа проверена и зарегистрирована в УМЦ 12.03.2024 г.
Специалист учебно-методического центра СОГЛАСОВАНО /Т.А. Смирнова/

Раздел 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является достижение планируемых результатов обучения, соответствующих установленным в ОПОП индикаторам достижения компетенций:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
1. ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	**знания:** знает содержание, состав дисциплины "Алгебра", основные научные школы, занимавшиеся данной проблематикой; особенности явлений и процессов, базовые теории в рамках рассматриваемой дисциплины. **умения:** умеет компоновать содержание преподаваемой дисциплины из общепринятых её разделов, грамотно расставлять смысловые акценты в процессе обучения. **навыки:** владеет навыками отбора состава дидактических единиц с опорой на ФГОС ОО и ФГОС ВО.
	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	**знания:** знает основные способы формирования рабочих программ, учебно-методических материалов, фонда оценочных средств преподаваемых предметов на основе дисциплины "Алгебра"; закономерности и принципы формирования содержания учебной дисциплины. **умения:** умеет анализировать базовые предметные теоретические представления о сущности, закономерностях, особенностях изучаемых явлений и процессов в рамках дисциплины "Алгебра"; осуществлять отбор учебного материала для реализации в различных формах учебной и внеучебной деятельности (в том числе в соответствии с требованиями ФГОС ОО). Умеет формировать рабочие программы учебных дисциплин с учётом требований ФГОС и особенностей применяемых форм обучения. **навыки:** владеет навыком разработки плана преподавания и сущностного наполнения его информацией по дисциплине (модулю, теме).

	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	**знания:** знает различные способы проведения учебных занятий, инструменты, технологии, позволяющие повысить вовлечённость обучающихся. **умения:** умеет применять различные технологии при проведении учебных занятий в процессе педагогической деятельности и определять границы их применения. **навыки:** владеет навыками разработки различных форм проведения учебных занятий и оценочных средств с применение содержания предметной области дисциплины "Алгебра"; применения методов, приемов, технологий, в том числе информационных, для решения профессиональных задач.
2. ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	**знания:** знает теоретические основы и принципы взаимной интеграции преподаваемых учебных предметов (межпредметные связи, комплексный подход, системное мышление); различные методы и технологии взаимной интеграции математических предметов; методы и критерии оценки результатов интегрированной учебной деятельности. **умения:** умеет разрабатывать интегрированные учебные программы и планы, объединяющие несколько предметных областей (например, экономика и математика); организовывать исследовательскую, проектную и групповую деятельность, используя интеграцию учебных предметов; организовывать взаимодействие между обучающимися и преподавателями из разных предметных областей. **навыки:** владеет навыками создания комплексных образовательных программ, объединяющих дисциплины, связанные с теорией вероятностей и математической статистикой, с другими математическими дисциплинами; видеть и развивать межпредметные связи.

	ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.	**знания:** знает основные элементы и особенности социокультурной среды региона (культурные традиции, исторические памятники, природные ресурсы, местные сообщества); методы и технологии интеграции социокультурной среды в образовательный процесс (экскурсии, мастер-классы, проекты, кейс-метод). **умения:** умеет планировать и организовывать учебные и внеурочные мероприятия, интегрируя социокультурные ресурсы региона; интегрировать элементы социокультурной среды в учебные программы и занятия, обеспечивая их соответствие образовательным стандартам; координировать деятельность по организации внеурочных мероприятий с другими участниками образовательного процесса (коллеги, представители местных сообществ, родители). **навыки:** владеет навыками применения образовательного потенциала социокультурной среды региона в преподавании дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" и других математических дисциплин в учебной и во внеурочной деятельности.
	ПК-3.3. Знает психолого-педагогические условия создания развивающей образовательной среды для достижения личностных и метапредметных результатов обучения	**знания:** знает основные психолого-педагогические условия, необходимые для создания развивающей образовательной среды; методы и технологии, используемые для создания развивающей образовательной среды (проектная деятельность, игровые методы, интерактивные технологии). **умения:** умеет проектировать развивающую образовательную среду, учитывая цели, задачи и особенности обучающихся; интегрировать методы и технологии, способствующие созданию развивающей образовательной среды, в учебный процесс для достижения личностных и метапредметных результатов. **навыки:** владеет навыками формулирования психолого-педагогических условий создания развивающей образовательной среды для достижения личностных и метапредметных результатов обучения, соответствующих дисциплине "Алгебра" и другим математическим дисциплинам.

Раздел 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части ОПОП.
Дисциплина является обязательной
Для продолжения формирования заявленных компетенций необходимы знания предшествующих дисциплин: Геометрия (ПК-1), Геометрия (ПК-3)

Изучаемая дисциплина является основой для продолжения формирования указанных компетенций в следующих дисциплинах: Математический анализ (ПК-1), Элементарная математика (ПК-1), Дискретная математика (ПК-1), Теория вероятностей и математическая статистика (ПК-1), Дифференциальные уравнения (ПК-1), Математический анализ (ПК-3), Элементарная математика (ПК-3), Теория вероятностей и математическая статистика (ПК-3), Математическая логика и теория алгоритмов (ПК-3), Дифференциальные уравнения (ПК-3); государственной итоговой аттестации в форме: Выполнение и защита выпускной квалификационной работы (ПК-1), Выполнение и защита выпускной квалификационной работы (ПК-3)

Раздел 3. ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Для формирования заявленных компетенций используются методологические технологии, реализующие деятельностный, личностно-ориентированный, практико-ориентированный подходы.
Основными стратегическими технологиями являются: исследовательские, лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения
На достижение конкретных целей обучения направлены применяемые тактические технологии: задания, классическая лекция, проблемная лекция, информационные

Раздел 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1 семестр

Виды и темы занятий	Количество часов	Формируемые компетенции
1. Линейная алгебра	**24**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 1.1 Линейная алгебра Линейные уравнения. Системы линейных уравнений. Решение системы. Равносильность систем, совместность, определенность. Свойство совместности однородной системы уравнений. Элементарные преобразования системы линейных уравнений в равносильную систему. Ступенчатая система линейных уравнений. Совместность ступенчатой системы уравнений. Возможность приведения любой совместной системы к ступенчатому виду.	2	
Практическое занятие. 1.1 Линейная алгебра Линейные уравнения. Системы линейных уравнений. Решение системы. Равносильность систем, совместность, определенность. Свойство совместности однородной системы уравнений. Элементарные преобразования системы линейных уравнений в равносильную систему. Ступенчатая система линейных уравнений. Совместность ступенчатой системы уравнений. Возможность	2	

приведения любой совместной системы к ступенчатому виду.	
Лекция. 1.2 Алгебраические структуры Бинарные операции на множестве. Свойства бинарных операций. Полугруппа. Группа. Алгебраические структуры Бинарные операции на множестве. Свойства бинарных операций. Полугруппа. Группа.	2
Практическое занятие. 1.2 Алгебраические структуры Бинарные операции на множестве. Свойства бинарных операций. Полугруппа. Группа. Алгебраические структуры Бинарные операции на множестве. Свойства бинарных операций. Полугруппа. Группа.	2
Лекция. 1.3 Комплексные числа Постановка задачи. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Корни n -ой степени из единицы. Первообразные корни. Изоморфизм между группами корней n -ой степени из единицы и классов вычетов по модулю n.	2
Практическое занятие. 1.3 Комплексные числа Постановка задачи. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Корни n -ой степени из единицы. Первообразные корни. Изоморфизм между группами корней n -ой степени из единицы и классов вычетов по модулю n.	2

Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по темам: "Решение систем линейных уравнений и алгебраические структуры" и "Комплексные числа"	12	
2. Матрицы и определители	**48**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 2.1 Прямоугольные матрицы Свойства сложения матриц и умножения матрицы на элемент поля. Умножение матриц, ассоциативность. умножения матриц, двоякая дистрибутивность умножения матриц относительно сложения. Связь умножения матриц с умножением матрицы на элемент поля. Транспонирование произведения матриц. Ранг произведения двух матриц.	2	
Практическое занятие. 2.1 Прямоугольные матрицы Свойства сложения матриц и умножения матрицы на элемент поля. Умножение матриц, ассоциативность. умножения матриц, двоякая дистрибутивность умножения матриц относительно сложения. Связь умножения матриц с умножением матрицы на элемент поля. Транспонирование произведения матриц. Ранг произведения двух матриц.	2	
Лекция. 2.2 Элементарные матрицы, их свойства Вырожденные и невырожденные матрицы. Возможность приведения невырожденной матрицы к единичной. Способ вычисления обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.	2	
Практическое занятие. 2.2 Элементарные матрицы, их свойства Вырожденные и невырожденные матрицы. Возможность приведения невырожденной матрицы к единичной. Способ вычисления обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.	2	
Лекция. 2.3 Подстановки Симметрическая группа степени n. Инверсия. Четность и нечетность подстановок. Нечетность транспозиции. Умножение подстановки	2	

на транспозицию. Знак подстановки		
Практическое занятие. 2.3 Подстановки Симметрическая группа степени n. Инверсия. Четность и нечетность подстановок. Нечетность транспозиции. Умножение подстановки на транспозицию. Знак подстановки	2	
Лекция. 2.4 Определитель n-го порядка Алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Минор элемента определителя. Теорема о связи минора элемента определителя с его алгебраическим дополнением.	2	
Практическое занятие. 2.4 Определитель n-го порядка Алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Минор элемента определителя. Теорема о связи минора элемента определителя с его алгебраическим дополнением.	2	
Лекция. 2.5 Обратная матрица Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Матричная запись решения систем линейных уравнений.	2	
Практическое занятие. 2.5 Обратная матрица Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Матричная запись решения систем линейных уравнений.	2	
Лекция. 2.6 Теорема Крамера. Условие существования ненулевых решений у систем n однородных уравнений с n переменными.	2	
Практическое занятие. 2.6 Теорема Крамера. Условие существования ненулевых решений у систем n однородных уравнений с n переменными.	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по темам: "Матрицы и определители" и "Решение систем линейных уравнений матричным методом и методом Крамера"	24	
Иная контактная работа: дифференцированный зачет (БРК)	0	

2 семестр

Виды и темы занятий	Количество часов	Формируемые компетенции
1. Векторные пространства со скалярным умножением	**24**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 1.1 Векторное пространство со скалярным умножением Векторное пространство со скалярным умножением, примеры	2	
Практическое занятие. 1.1 Векторное пространство со скалярным умножением Векторное пространство со скалярным умножением, примеры	2	
Лекция. 1.2 Ортогональная система векторов Ортогональная система векторов, ее независимость. Процесс ортогонализации. Ортогональные базисы. Ортогональное дополнение к подпространству евклидова пространства	2	
Практическое занятие. 1.2 Ортогональная система векторов Ортогональная система векторов, ее независимость. Процесс ортогонализации. Ортогональные базисы. Ортогональное дополнение к подпространству евклидова пространства	2	
Лекция. 1.3 Евклидово векторное пространство Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированные базисы евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности	2	
Практическое занятие. 1.3 Евклидово векторное пространство Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированные базисы евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, курсового проекта/работы, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по теме: "Векторные пространства со скалярным умножением" выполнение курсового проекта/работы	12 0	
2. Линейные отображения векторных пространств	**48**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 2.1 Линейные отображения арифметических векторных пространств Линейные отображения	2	

арифметических векторных пространств. Линейные операторы. Свойства линейных отображений, вытекающие из определения. Теорема о существовании единственного линейного отображения, при котором базис одного векторного пространства отображается в систему векторов другого векторного пространства			
Практическое занятие. 2.1 Линейные отображения арифметических векторных пространств Линейные отображения арифметических векторных пространств. Линейные операторы. Свойства линейных отображений, вытекающие из определения. Теорема о существовании единственного линейного отображения, при котором базис одного векторного пространства отображается в систему векторов другого векторного пространства	2		
Лекция. 2.2 Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект линейного оператора Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект линейного оператора. Теорема о сумме ранга и дефекта	2		
Практическое занятие. 2.2 Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект линейного оператора Ядро и образ линейного оператора, ранг и дефект линейного оператора. Теорема о сумме ранга и дефекта	2		
Лекция. 2.3 Способы задания линейных операторов. Матрица оператора в данном базисе. Зависимость между рангом оператора и рангом его матрицы. Связь между матрицами оператора в различных базисах	2		
Практическое занятие. 2.3 Способы задания линейных операторов. Матрица оператора в данном базисе. Зависимость между рангом оператора и рангом его матрицы. Связь между матрицами оператора в различных базисах	2		
Лекция. 2.4 Действия над линейными операторами Сложение, умножение, умножение на элемент поля. Обратимые операторы. Алгебра квадратных матриц и алгебра линейных операторов	2		
Практическое занятие. 2.4 Действия над линейными	2		

операторами Сложение, умножение, умножение на элемент поля. Обратимые операторы. Алгебра квадратных матриц и алгебра линейных операторов		
Лекция. 2.5 Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Независимость характеристического многочлена оператора от выбора матрицы. Свойство корней характеристического уравнения оператора.	2	
Практическое занятие. 2.5 Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Независимость характеристического многочлена оператора от выбора матрицы. Свойство корней характеристического уравнения оператора.	2	
Лекция. 2.6 Условия приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду. Операторы с простым спектром	2	
Практическое занятие. 2.6 Условия приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду. Операторы с простым спектром	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по темам: "Линейные операторы" и "Собственные векторы и собственные значения линейного оператора"	24	
Иная контактная работа: дифференцированный зачет (БРК)	0	

3 семестр

Виды и темы занятий	Количество часов	Формируемые компетенции
1. Многочлены от одной переменной	**48**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 1.1 Многочлены от одной переменной с коэффициентами из данного поля (области целостности). Операции над многочленами, их свойства. Степень многочлена. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о наибольшем возможном числе корней многочлена в поле (области целостности). Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Рациональные	2	

корни многочленов с целыми коэффициентами.			
Практическое занятие. 1.1 Многочлены от одной переменной с коэффициентами из данного поля (области целостности). Операции над многочленами, их свойства. Степень многочлена. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о наибольшем возможном числе корней многочлена в поле (области целостности). Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.	2		
Лекция. 1.2 Формальная производная многочлена. Разложение многочлена по степеням двучлена x-a	2		
Практическое занятие. 1.2 Формальная производная многочлена. Разложение многочлена по степеням двучлена x-a	2		
Лекция. 1.3 Свойства делимости в кольце многочленов над полем. Тривиальные и нетривиальные делители. Приводимые и неприводимые над данным полем многочлены. Наибольший общий делитель двух многочленов, его выражение через исходные многочлены. Алгоритм Евклида	2		
Практическое занятие. 1.3 Свойства делимости в кольце многочленов над полем. Тривиальные и нетривиальные делители. Приводимые и неприводимые над данным полем многочлены. Наибольший общий делитель двух многочленов, его выражение через исходные многочлены. Алгоритм Евклида	2		
Лекция. 1.4 Теорема о разложении нормированного многочлена положительной степени в произведение неприводимых нормированных множителей.Каноническое представление многочлена. Отделение кратных множителей. Поле рациональных дробей. Теорема о существовании разложения правильной дроби в сумму простейших дробей над произвольным полем	2		
Практическое занятие. 1.4 Теорема о разложении нормированного	2		

многочлена положительной степени в произведение неприводимых нормированных множителей.Каноническое представление многочлена. Отделение кратных множителей. Поле рациональных дробей. Теорема о существовании разложения правильной дроби в сумму простейших дробей над произвольным полем		
Лекция. 1.5 Сравнения по модулю многочлена. Свойства отношения сравнимости. Классы вычетов и их свойства. Поле классов вычетов по модулю неприводимого многочлена.	2	
Практическое занятие. 1.5 Сравнения по модулю многочлена. Свойства отношения сравнимости. Классы вычетов и их свойства. Поле классов вычетов по модулю неприводимого многочлена.	2	
Лекция. 1.6 Расширение полей. Поле классов вычетов по модулю неприводимого многочлена и поле рациональных дробей как расширения основного поля. Простое расширение поля, его эквивалентность полю классов вычетов по модулю неприводимого многочлена и полю рациональных дробей над данным полем. Поле комплексных чисел как простое расширение поля действительных чисел при помощи неприводимого многочлена	2	
Практическое занятие. 1.6 Расширение полей. Поле классов вычетов по модулю неприводимого многочлена и поле рациональных дробей как расширения основного поля. Простое расширение поля, его эквивалентность полю классов вычетов по модулю неприводимого многочлена и полю рациональных дробей над данным полем. Поле комплексных чисел как простое расширение поля действительных чисел при помощи неприводимого многочлена	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по теме: "Многочлены от одной переменной" и "Сравнения по модулю многочлена"	24	
2. Многочлены от нескольких переменных	**24**	ПК-1, ПК-3

Лекция. 2.1 Примитивные многочлены и лемма Гаусса. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом	2	
Практическое занятие. 2.1 Примитивные многочлены и лемма Гаусса. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом	2	
Лекция. 2.2 Многочлены от нескольких переменных над областью целостности. Симметрические многочлены, основная теорема о симметрических многочленах. Теорема Виета. Результант двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными	2	
Практическое занятие. 2.2 Многочлены от нескольких переменных над областью целостности. Симметрические многочлены, основная теорема о симметрических многочленах. Теорема Виета. Результант двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными	2	
Лекция. 2.3 Симметрические многочлены в школьном курсе Применение симметрических многочленов при решении задач школьного курса	2	
Практическое занятие. 2.3 Симметрические многочлены в школьном курсе Применение симметрических многочленов при решении задач школьного курса	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по теме: Многочлены от нескольких переменных	12	
Иная контактная работа: консультации	0	
Подготовка к экзамену	30	
Проведение экзамена	6	

4 семестр

Виды и темы занятий	Количество часов	Формируемые компетенции
1. Группы	**54**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 1.1 Полугруппа. Моноид. Левые (правые) нейтральные и	2	

симметрические элементы. Различные подходы к определению группы. Группы преобразований.		
Практическое занятие. 1.1 Полугруппа. Моноид. Левые (правые) нейтральные и симметрические элементы. Различные подходы к определению группы. Группы преобразований.	2	
Лекция. 1.2 Морфизмы групп. Простейшие свойства гомоморфизма групп	2	
Практическое занятие. 1.2 Морфизмы групп. Простейшие свойства гомоморфизма групп	2	
Лекция. 1.3 Теорема Кэли. Системы образующих Порядок элемента в группе. Циклические группы. Смежные классы по подгруппе. Нормальная подгруппа	2	
Практическое занятие. 1.3 Теорема Кэли. Системы образующих Порядок элемента в группе. Циклические группы. Смежные классы по подгруппе. Нормальная подгруппа	2	
Лекция. 1.4 Ядро и образ гомоморфизма групп. Теоремы о гомоморфизмах групп	2	
Практическое занятие. 1.4 Ядро и образ гомоморфизма групп. Теоремы о гомоморфизмах групп	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, курсового проекта/работы, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по теме: "Группы" выполнение курсового проекта/работы	 38 0	
2. Кольца и поля	**54**	ПК-1, ПК-3
Лекция. 2.1 Кольцо. Свойства колец. Коммутативные кольца. Делители нуля. Области целостности. Поле. Свойства полей. Подполе. Кольцо классов вычетов по натуральному модулю. Изоморфизм колец	2	
Практическое занятие. 2.1 Кольцо. Свойства колец. Коммутативные кольца. Делители нуля. Области целостности. Поле. Свойства полей. Подполе. Кольцо классов вычетов по натуральному модулю. Изоморфизм колец	2	
Лекция. 2.2 Идеалы кольца. Отношение сравнимости по идеалу. Факторкольцо. Морфизмы колец. Ядро	2	

и образ гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах колец		
Практическое занятие. 2.2 Идеалы кольца. Отношение сравнимости по идеалу. Факторкольцо. Морфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах колец	2	
Лекция. 2.3 Характеристика кольца. Наименьшее подкольцо кольца с единицей. Поле частных области целостности.Определение делимости в коммутативных кольцах. Простые и составные элементы области целостности	2	
Практическое занятие. 2.3 Характеристика кольца. Наименьшее подкольцо кольца с единицей. Поле частных области целостности.Определение делимости в коммутативных кольцах. Простые и составные элементы области целостности	2	
Лекция. 2.4 Кольца главных идеалов. Факториальные кольца. Евклидовы кольца. Кольцо многочленов над полем как кольцо главных идеалов. НОК и НОД в коммутативных кольцах	2	
Практическое занятие. 2.4 Кольца главных идеалов. Факториальные кольца. Евклидовы кольца. Кольцо многочленов над полем как кольцо главных идеалов. НОК и НОД в коммутативных кольцах	2	
Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, курсового проекта/работы, РГР Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение домашних заданий, изучение дополнительного материала. КР и РГР по теме: "Кольца и поля" выполнение курсового проекта/работы	 38 0	
Иная контактная работа: консультации, защита курсового проекта/работы	0	
Подготовка к экзамену	30	
Проведение экзамена	6	

Раздел 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины Алгебра рекомендуется начать с ознакомления с рабочей программой, ее структурой и содержанием разделов. Учебный материал структурирован, изучение дисциплины осуществляется в тематической последовательности.

Занятия лекционного типа дают систематизированные знания по дисциплине Алгебра, концентрируют внимание на наиболее сложных и важных вопросах. Во время лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала; обращать внимание на

формулировки и категории, раскрывающие суть проблемы, явления или процесса; зафиксировать выводы и практические рекомендации.
Подготовка к **занятиям семинарского типа** включает ознакомление с планом практического занятия; работу с конспектом лекций, выполнение домашнего задания, работу с учебной и учебно-методической литературой, научными изданиями и электронными образовательными ресурсами, рекомендованными рабочей программой дисциплины Алгебра.
Содержание **самостоятельной работы** определяется рабочей программой дисциплины Алгебра, оценочными и методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя. Самостоятельная работа может осуществляться в аудиторной и внеаудиторной формах. Эффективным средством осуществления самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к образовательной программе, рабочей программе дисциплины Алгебра, к электронным библиотечным системам, профессиональным базам данных и информационным справочным системам.
Изучение дисциплины Алгебра включает выполнение расчётно-графической работы, контрольной работы, курсовой работы.
Периодичность проведения, формы текущего контроля успеваемости, система оценивания хода освоения дисциплин представлены в рабочей программе.
Формой промежуточной аттестации по дисциплине Алгебра является балльно-рейтинговый контроль, , экзамен; по курсовой работе является дифференцированный зачёт.

Примерные темы курсовых работ

1. Конечные поля 2. Полиномиальные матрицы. 3. Важнейшие типы абелевых групп. 4. Базисы Гребнера. 5. Алгебра кватернионов и её приложения. 6. Гиперкомплексные числа 7. Квадратичные формы. 8. Конечные абелевы группы. 9. Периодические абелевы группы. 10. Решение уравнений 3 степени. 11. Стандартные и канонические задачи линейного программирования. Теоремы двойственности 12. Различные подходы к понятию определителя. 13. Конечно порожденные абелевы группы. 14. Кольцо [√]. 15. Нормальная Жорданова форма. 16. Системы линейных неравенств. 17. Делимые абелевы группы 18. Решение уравнений 4 степени. 19. Отделение действительных корней многочлена. 20. Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах. 21. Симплекс-метод. 22. Биекции на ограниченных факториальных множествах, сохраняющие отношение делимости. 23. Решение алгебраических уравнений 3-й и 4-й степени. 24. Отделение корней многочленов. 25. Целозначные многочлены. 26. Многочлены Чебышева и многочлены деления круга. 27. Вычисления в факторгруппах. 28. Задание групп на множествах до 10 элементов. 29. Алгоритмический поиск максимальных нормальных подгрупп конечных групп. 30. Действия групп на множествах. 31. Классы сопряженности в группах. 32. Группа кватернионов и алгебра кватернионов. 33. Диэдральная группа. 34. Вычисления в факторкольцах. 35. Типы идеалов. 36. Типы колец. 37. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное в евклидовых кольцах. 38. Вопросы неприводимости в кольцах многочленов. 39. Модуль над кольцом. 40. Некоммутативные кольца. 41. Алгебра матриц.

1 Общие положения

Курсовая работа по дисциплине «Алгебра» – вид самостоятельной письменной работы, направленный на творческое освоение дисциплины и выработку соответствующих профессиональных компетенций. При написании курсовой работы студент должен полностью раскрыть выбранную тему, соблюсти логику изложения материала, показать умение делать обобщения и выводы. Курсовая работа является одним из основных видов промежуточной аттестации и оценивает результаты учебной деятельности студента. Целью курсовой работы является углубление и расширение теоретических знаний и практических умений студента по учебной дисциплине. Смысл курсовой работы состоит в

приобретении навыков самостоятельного решения практических проблем с научных позиций и письменного изложения полученных результатов. Курсовая работа предполагает проведение исследований, которые заключаются в анализе существующих методов решения задач фундаментальной алгебры.

Курсовая работа включает оформление пояснительной записки, структура которой зависит от темы, целей и задач исследования. Примерный объем работы – 20-35 страниц.

2 О выборе темы курсовой работы

Тема курсовой работы либо выбирается студентом самостоятельно из примерного перечня тем, либо предлагается инициативная тема с обоснованием её выбора. В любом случае важно, чтобы тема была интересна студенту. В то же время необходимо адекватно оценивать возможности реализации выбираемой темы. Также рекомендуется выбирать тему таким образом, чтобы в дальнейшем материалы и результаты курсовой работы можно было использовать при написании выпускной квалификационной работы.

Прежде чем утверждать тему, необходимо убедиться, что необходимый материал доступен студенту: необходимо произвести предварительный библиографический поиск в Интернете, в каталоге библиотеки и электронных базах университета, которые он будет реально посещать и к которым имеет доступ студент, соответственно. Кроме того, рекомендуется проконсультироваться с преподавателем, осуществляющим руководство курсовыми работами, по вопросу поиска материалов по теме.

3 Методика работы студента над курсовой работой

Практическое выполнение курсовой работы должно начинаться с планирования. Основой для этого планирования являются тема работы и задание руководителя, содержащее перечень основных вопросов, подлежащих разработке. На их основе разрабатывается календарный план выполнения работы, устанавливающий логическую последовательность, очередность и сроки завершения отдельных этапов работы. Календарный план должен предусматривать время на отбор всей необходимой информации, её изучение, обработку, оформление работы. Кроме календарного плана студент должен иметь план, раскрывающий содержание курсовой работы. Возможны несколько вариантов такого плана. Первый вариант плана может носить предварительный характер, в дальнейшем он может изменяться, отдельные разделы могут быть расширены, конкретизированы, уточнены, представлены в новых формулировках.

В качестве примера приведем примерный план курсовой работы на тему «Теоремы Силова и их приложение».

Введение (характеристика состояния рассматриваемой проблемы, обоснование выбора темы, определение объекта и предмета исследования, формулировка цели и задач исследования).

1 Теоретические сведения из теории групп

1.1 Вспомогательные понятия и утверждения

1.2 Смежные классы по подгруппе и теорема Лагранжа

1.3 Нормальные подгруппы. Классы сопряженных элементов

1.4 Нормализатор множества в группе. Центр группы

1.5 Теоремы о гомоморфизмах

2 Теоремы Силова

2.1 Первая теорема Силова

2.2 Вторая и третья теорема Силова

2.3 Описание групп порядка pq

2.4 Примеры силовских подгрупп

3 Применение теорем Силова для доказательства непростоты конечной группы

Заключение

Список использованных источников

Раздел 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-методическое обеспечение

№№ п/п	Список используемой литературы	Количество экземпляров печатных изданий, имеющихся в библиотеке, или электронный адрес издания (ресурса) в сети Интернет
УЧЕБНЫЕ, УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И НАУЧНЫЕ ИЗДАНИЯ		
1.	Глухов, М. М. Алгебра [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Глухов М. М.,Елизаров В. П.,Нечаев А. А.; Елизаров В. П., Нечаев А. А. 5-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2024. - 608 с. ISBN 978-5-507-49133-9.	https://e.lanbook.com/book/379334
2.	Гриншпон, И. Э. Линейная алгебра. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. Санкт-Петербург: Лань, 2023. - 164 с. ISBN 978-5-507-46705-1.	https://e.lanbook.com/book/356105
3.	Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике [Текст] : полный курс / Д. Т. Письменный. 10-е изд., испр. Москва: Айрис-Пресс, 2011. - 602, [1] с. ISBN 978-5-8112-4351-8. Экземпляры: всего 276.	276
4.	Сборник задач по математике для втузов [Текст] : в 4 частях : [учебное пособие] / В. А. Болгов [и др.] ; под ред. А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. Ч. 1 : Линейная алгебра и основы математического анализа, 2010. - 478, [1] с. ISBN 978-5-903034-89-5. Экземпляры: всего 34.	34
5.	Глухов, Михаил Михайлович. Алгебра и аналитическая геометрия [Текст] : учеб. пособие по специальностям в обл. информ. безопасности / М. М. Глухов. М.: Гелиос АРВ, 2005. - 391 с. ISBN 5-85438-054-4. Экземпляры: всего 26.	26
6.	Кузнецов, Борис Тимофеевич. Математика [Текст] : [учеб. для студентов вузов по специальности экономики и упр. (060000)] / Б. Т. Кузнецов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. - 718 с. ISBN 5-238-00754-X. Экземпляры: всего 133.	133
7.	Михадарова, Ольга Васильевна. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия [Текст] : учебно-методическое пособие по разделам "Линейная алгебра", "Векторная алгебра", "Аналитическая геометрия" дисциплины "Математика" / О. В. Михадарова, С. Н. Сусанина; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, ФГБОУ ВО "Поволжский государственный технологический университет". Йошкар-Ола: ПГТУ, 2024. - 107 с. ISBN 978-5-8158-2402-7. Экземпляры: всего 2.	2 / https://portal.volgatech.net/books/Mikhadarovaineynaya_algebra_Vektornaya_algebra_Analiticheskaya_geometriya_2024.pdf
8.	Алгебра и геометрия [Текст] : учебно-методическое пособие / М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВПО "Поволж. гос. технол. ун-т"; [сост.: И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков]. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2013. -	25 / https://portal.volgatech.net/books/baklanova-algebra-geometria.pdf

	139 с. ISBN 978-5-8158-1173-7. Экземпляры: всего 25.	
ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ		
1.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	http://elibrary.ru
2.	Научная электронная библиотека «Киберленинка»	http://cyberleninka.ru
3.	Портал "Единое содержание общего образования" (Конструктор рабочих программ)	https://edsoo.ru/
4.	Портал "Российская электронная школа"	https://resh.edu.ru/
5.	Федеральная государственная информационная система "Моя школа" (ФГИС "Моя школа")	https://www.gosuslugi.ru/myschool

6.2. Материально-техническая база и программное обеспечение

№№ п/п	Аудитории для проведения учебных занятий, самостоятельной работы и проведения государственной итоговой аттестации	Перечень основного оборудования	Программное обеспечение
1.	307 (II)	Экран настенный Rollerscreen Type D Medium (1), Комплект учебной мебели (1)	Microsoft Windows Enterprise, Справочная правовая система "Консультант Плюс", Microsoft Office Standard, Агент Dr.Web, Комплект ГАРАНТ-Мастер, Microsoft Access, Microsoft Visio Professional, Microsoft Project Professional, Microsoft Visual Studio Enterprise, Комплект ПО для решения основных пользовательских задач
2.	450 (I)	Комплект учебной мебели (1)	Microsoft Windows Enterprise, Справочная правовая система "Консультант Плюс", Microsoft Office Standard, Агент Dr.Web, Комплект ГАРАНТ-Мастер, Microsoft Access, Microsoft Visio Professional, Microsoft Project Professional, Microsoft Visual Studio Enterprise, Комплект ПО для решения основных пользовательских задач

Раздел 7. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ/ ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Критерии оценивания индикаторов достижения компетенций направлены на:
- усвоение теоретического материала (объем знаний, глубина усвоения), предусмотренного рабочей программой;
- умение излагать материал (четкость, грамотность изложения материала, точность и полнота воспроизведения учебного материала);
- умение применять теоретические знания при решении практических заданий.
Шкала оценивания представлена ниже.

Уровень сформированности элементов компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания
Пороговый уровень	Обучающийся имеет знания основного материала, проявляет умение логично его излагать, но может допускать неточности в изложении материала, недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения в выполнении практических заданий.	удовлет-ворительно
Продвинутый уровень	Обучающийся твердо знает программный материал, излагает его грамотно и по существу, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения	хорошо
Высокий уровень	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, грамотно и логически стройно его излагает, дает исчерпывающие ответы на поставленные вопросы. В ответе тесно увязывается теория с практикой, при этом обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, показывает знакомство с монографической литературой, периодическими изданиями, правильно обосновывает принятые решения, свободно владеет разносторонними навыками, приемами выполнения практических работ	отлично

7.1. Текущий контроль успеваемости
Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины (модуля) и производится с применением технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической картой дисциплины. Порядок составления технологической карты и алгоритм проведения процедуры оценивания видов деятельности обучающихся, направленных на освоение знаний, умений, навыков и/ или опыта деятельности, по накопительной системе в баллах устанавливается положением о системе РИТМ в ФГБОУ ВО «ПГТУ»

7.2. Промежуточная аттестация обучающихся
Промежуточная аттестация обучающихся направлена на оценивание результатов обучения по дисциплине (модулю) и проводится с использованием фондов оценочных средств.

Примеры типовых контрольных заданий из базы фонда оценочных средств по образовательной программе.

Задание 1. Продолжите утверждение
Матрица A размером 2x2 является обратимой (невырожденной), если:
а) след матрицы равен нулю;
б) определитель матрицы отличен от нуля;
в) все элементы матрицы положительные;
г) матрица симметрична относительно главной диагонали.
Ответ: _____

Ключ: б

Задание 2. Решите систему. В поле для ответа введите два числа через точку с запятой (например, «1;2»)
Решите систему уравнений: 2x + y = 7; x - y = -1. В ответе укажите значения x и y.
Ответ: _____

Ключ: 2;3

Задание 3. Соотнесите алгебраические структуры и их описание. В поле для ответа введите последовательность цифр и букв без пробелов и знаков препинания (например, «1а2б3в»)
1) группа;
2) кольцо;
3) поле.
а) множество с двумя операциями, где деление на ненулевые элементы всегда выполнимо;
б) множество с одной ассоциативной операцией, имеющее нейтральный и обратные элементы;
в) множество с двумя операциями (сложение и умножение), образующее группу по сложению.
Ответ: _____

Ключ: 1б2в3а

Полный перечень вопросов промежуточного контроля представлен в приложении 5 «Фонд оценочных средств»

Перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации

1 семестр

Вопросы к зачёту (бально-рейтинговый контроль)

1. Матрицы. Сложение матриц и умножение матриц на число.
2. Умножение матрицы на матрицу.
3. Определитель. Вычисление определителя второго порядка. Свойства определителей.
4. Минор. Алгебраическое дополнение. Определитель третьего порядка. Теорема о разложении определителя.
5. Обратная матрица, теорема о её существовании.
6. Решение систем линейных уравнений матричным способом.

7. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

8. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

2 семестр

Вопросы к зачёту (бально-рейтинговый контроль)

1. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.

2. N-мерный вектор и линейное векторное пространство. Линейные операции над n-мерными векторами.

3. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.

4. Размерность и базис векторного пространства.

5. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.

6. Матрицы линейного оператора. Зависимость между матрицами одного и того же оператора в разных базисах.

7. Евклидово пространство. Экономический смысл скалярного произведения n-мерных векторов.

8. Переход к новому базису в линейном векторном пространстве.

9. Зависимость между координатами вектора в разных базисах линейного векторного пространства.

10. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Характеристическое уравнение линейного оператора.

11. Свойства собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

3 семестр

Вопросы кэкзамену

1. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Деление многочлена на двучленх – а. Схема Горнера. Теорема Безу.

2. Многочлены над полем. ОД и НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Ассоциированныемногочлены.

3. Линейное представление НОД. Взаимно-простые многочлены. ОК и НОК многочленов.

4. Формальная производная многочлена. Характеристика поля. Формула Тейлора разложениямногочлена по степеням двучлена. К-кратный корень многочлена

5. Неприводимый кратный множитель многочлена. Признак k-кратного корня многочлена.Отделение кратных множителей многочлена.

6. Кольцо K[x1,x2,…xn] многочленов от переменных x1, x2, … xn над областью целостностиK

7. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

8. Разложение (факторизация) многочленов от нескольких переменных на неприводимыемножители.

9. Результант многочленов и его приложения.

10. Многочлены над C. Основная теорема алгебры. Многочлены над R.

11. Решение и исследование уравнения 3 степени.

12. Решение уравнения 4 степени. Границы корней многочленов.

13. Многочлены над полем Q.

14. Приводимость многочленов над полем Q. Критерий Эйзенштейна.

15. Алгебраические и трансцендентные числа над данным полем. Минимальный многочленалгебраического числа. Виды расширений полей.

16. Строение простого алгебраического расширения поля. Действия над числами простогоалгебраического расширения поля. Разрешимость уравнений в радикалах.

4 семестр

Вопросы кэкзамену

1. Группоид. Полугруппа.

2. Моноид.38

3. Левые (правые) нейтральные и симметрические элементы.

4. Группа. Подгруппа.

5. Пересечение, объединение и прямое произведение подгрупп

6. Группы самосовмещений простейших геометрических фигур

7. Конечные группы

8. Группы подстановок.

9. Группы преобразований.

10. Системы образующих.

11. Порядок элемента в группе.

12. Циклические группы.

13. Левые и правые смежные классы группы по подгруппе.

14. Теорема Лагранжа.

15. Теоремы Силова.

16. Нормальный делитель (инвариантная подгруппа). Факторгруппа.

17. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.

18. Ядро и образ гомоморфизма групп.

19. Кольцо. Подкольцо.

20. Поле. Подполе.

21. Идеалы кольца.

22. Кольца главных идеалов. Факторкольцо.

23. Морфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизма.

24. Теорема о гомоморфизмах колец. Изоморфизм колец и полей.

25. Факториальные кольца.

26. Евклидовы кольца. НОК и НОД в коммутативных кольцах.